शिक्षण

आँकड़ों के प्रबन्धन का

पद्मप्रिया शिराली

Azim Premji University

A publication of Azim Premji University
together with Community Mathematics Centre,
Rishi Valley

At Right Angles
A Resource for School Mathematics

परिचय

प्राथमिक स्कूल में गणित के अन्तर्गत पढ़ाए जाने वाले सभी प्रसंग (topic) बच्चों की अपनी दुनिया को समझने की ज़रूरत से उत्पन्न होते हैं। इस समझ को बनाने व बढ़ाने की प्रक्रिया के दौरान बच्चों का सामना विविध प्रकार के संख्यात्मक आँकड़ों (डेटा) से होता है। समान तरह के अन्य संख्यात्मक आँकड़ों के सम्बन्ध में देखने पर अक्सर इन आँकड़ों का महत्त्वपूर्ण अर्थ होता है। जब आँकड़ों को एक अर्थपूर्ण तरीके से व्यवस्थित किया जाता है और ग्राफ़ के रूप में प्रस्तुत किया जाता है तो समानताएँ व विभिन्नताएँ स्पष्ट रूप से समझ आती हैं। आँकड़ों की तुलना की जा सकती है और पैटर्न का अवलोकन कर उपयोगी निष्कर्षों पर पहुँचा जा सकता है।

आज के समय में आँकड़ों की भरमार है और इनमें से अधिकांश आँकड़े ग्राफ़ के रूप में प्रस्तुत किए जाते हैं। ग्राफ़ सम्प्रेषण का एक तरीका बन गया है। आँकड़ों को ग्राफ़ के रूप में प्रस्तुत करने का कौशल, ग्राफ़ को सही ढंग से पढ़ना व उसकी व्याख्या करना और उसकी सीमाओं को जानना अब बहुत महत्त्वपूर्ण हो गया है।

इस विषय को पढ़ाते समय यह सुनिश्चित करना महत्त्वपूर्ण है कि आँकड़ों को ग्राफ़ के रूप में प्रस्तुत करने को अपने आप में अन्त नहीं समझा जाए। आदर्श रूप में एक ग्राफ़ को महत्त्वपूर्ण अवलोकनों में परिणित होना चाहिए। एक बार जब ग्राफ़ बन जाए तो जिस अहम सवाल को कक्षा में उठाना चाहिए व उस पर चर्चा की जानी चाहिए वह है कि 'यह ग्राफ़ क्या कहता है?' इसका एक खुला हुआ पहलू भी है। साथ ही इस्तेमाल किए जाने वाले आँकड़े वास्तविक व अर्थपूर्ण होने चाहिए और उपयोगी ग्राफ़ कार्य करने के लिए अवसर प्रदान करने वाले होने चाहिए।

प्राथमिक स्तर पर आँकड़ों के प्रबन्धन (data handling) में क्या शामिल होता है?

इसमें सवाल करना (अच्छा होगा कि सवाल स्वाभाविक रूप से आएँ), आँकड़े एकत्र करना या फिर दिए गए आँकड़ों के समूह पर कार्य करना, ग्राफ़ के रूप में प्रस्तुत करना (ग्राफ़ में भौतिक वस्तुओं को दर्शाने वाले ग्राफ़ से लेकर, पिक्टोग्राफ़, बार ग्राफ़ और वेन आरेख सभी शामिल हैं) और ग्राफ़ की व्याख्या करना शामिल है। इस स्तर पर व्याख्या ग्राफ़ से तथ्यों को पढ़ने, तुलनात्मक कथन कहने, पैटर्न पहचानने और कारणों व आँकड़ों के निहितार्थ को समझने के रूप में होगी।

आँकड़ों को एकत्र करने, उनका प्रबन्धन करने, उन्हें प्रस्तुत करने व उनकी व्याख्या करने और आगे चलकर अनुमान लगाने व विश्लेषण करने में बढ़ती जटिलता के विभिन्न स्तरों के माध्यम से आँकड़ों के प्रबन्धन और ग्राफ़ के रूप में उन्हें प्रस्तुत करने के कौशल में बढ़ोत्तरी होती है। वह परिस्थितियाँ ही होती हैं जहाँ बच्चे अपने संख्यात्मक कौशल प्रयोग करते हैं।

ग्राफ़ बनाने के कौशलों का क्रम या श्रेणी क्या होनी चाहिए?

छोटे बच्चों को पढ़ाते समय गणित के सभी क्षेत्रों में अवधारणा का परिचय पहले ठोस वस्तुओं और फिर अर्द्ध ठोस वस्तुओं जैसे कि चित्र के माध्यम से करवाना चाहिए और फिर अमूर्त की ओर बढ़ना चाहिए। इसी तरह आँकड़ों का प्रबन्धन पढ़ाते समय भी विकासात्मक क्रम भौतिक वस्तुओं के ग्राफ़ से शुरू करके, पिक्टोग्राफ़, बार ग्राफ़ और अन्त में अमूर्त ग्राफ़ के रूप में होना चाहिए।

मुख्य शब्द : आँकड़ों का संग्रहण, प्रतिरूप, आकल्पन, सर्वेक्षण, ग्राफ़,पिक्टोग्राफ़, बार ग्राफ़

आँकड़ों का सर्वेक्षण या पूछताछ किस स्थान पर करनी चाहिए?

सर्वेक्षण की योजना स्वाभाविक रूप से ऐसे सवालों से उभरनी चाहिए जो बच्चे पूछते हों। उदाहरण के लिए क्लास का सबसे पसन्दीदा खेल कौन-सा है? हमारी क्लास के ज़्यादातर बच्चों का जन्मदिन किस महीने में होता है?

एक बार जब सवाल तैयार हो जाए तो बच्चे समझ सकते हैं कि उस सवाल का जवाब ढूँढ़ने के लिए उन्हें किस तरह के आँकड़े एकत्र करने की ज़रूरत है। किसी सवाल का जवाब देने के लिए ज़रूरी आँकड़ों को पहचानना आँकड़ों के प्रबन्धन को सीखने के उद्देश्यों में से एक है। अब बच्चे आँकड़े एकत्र करने की प्रक्रिया शुरू कर सकते हैं। आँकड़े एकत्र करने का काम कई रूपों में हो सकता है। यह इतना आसान हो सकता है जैसे सहपाठियों से हाथ खड़े करने को कहना या फिर भरने के लिए एक प्रश्नावली (questionnaire) बनाना। आँकड़ों का रिकार्ड भी चित्र बनाने से लेकर अंकों के मिलान, उन्हें जोड़ने व रिकॉर्डिंग आदि कई रूपों में रखा जा सकता है।

अगली चुनौती आँकड़ों को पठनीय रूप में व्यवस्थित करना और विभिन्न माध्यमों के जरिए उन्हें प्रस्तुत करना है।

आँकड़ों की व्याख्या तीन स्तरों पर की जा सकती है। पहली, ग्राफ़ के संख्यात्मक मूल्यों को पढ़ना और 'कौन-सा मूल्य सबसे बड़ा/सबसे छोटा है' जैसे सवालों का जवाब देना। दूसरा, सम्बन्धों को पढ़ना यानी कि तुलनात्मक कथन कहना : जैसे कितना कम है, कितने गुना अधिक है आदि। और तीसरा, पैटर्न पर ध्यान देना व उनके बीच के सम्बन्धों को देखना, कारणों व आँकड़ों के निहितार्थ को समझना।

तो एक सर्वेक्षण करने के समूचे कार्य के अन्तर्गत अनेक उद्देश्य शामिल होते हैं : ज़रूरी आँकड़ों को पहचानना, आँकड़ों को एकत्र करने के लिए प्रारूप तय करना, आँकड़ों के रिकॉर्ड रखने का एक बेहतर तरीक़ा ढूँढ़ना, आँकड़ों को प्रस्तुत करने के लिए उपयुक्त प्रारूप चुनना, बुनियादी सवालों का जवाब देना और साथ-ही-साथ आँकड़ों में मौजूद अन्य पैटर्न पर ध्यान देना व आँकड़ों की व्याख्या करना।

हालाँकि सर्वेक्षण करना एक बहुत अधिक समय लेने वाली प्रक्रिया होती है और कभी-कभी यह ज़रूरी हो जाता है कि बच्चों के समक्ष संरचित पूर्व निर्धारित आँकड़ों के समूह प्रस्तुत किए जाएँ। यह बच्चों के जीवन और वर्तमान अनुभवों से जुड़े हुए होने चाहिए और साथ ही बच्चों के लिए अर्थपूर्ण भी होने चाहिए।

स्तर 1

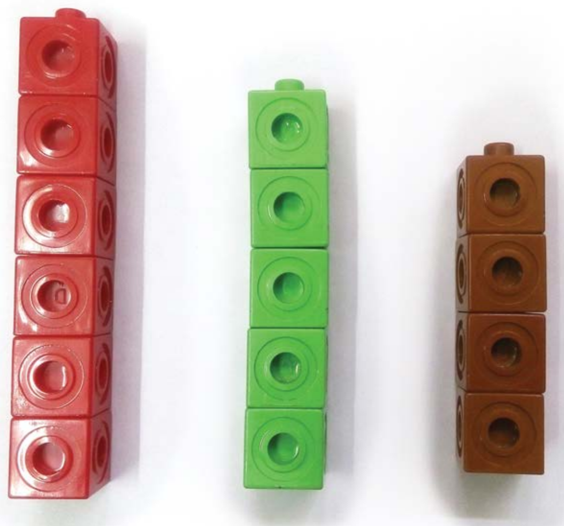
3 से 5 साल की उम्र के बच्चों के लिए

अपेक्षा : बच्चे वास्तविक चीज़ों के ग्राफ़ बनाएँ।

ग्राफ़ से बच्चों का परिचय शिक्षक आमतौर पर ऐसी खेल गतिविधियों के माध्यम से करवाएँ जो बच्चों के लिए मज़ेदार हों। इस स्तर पर शिक्षक वास्तविक चीज़ों के ग्राफ़ बनाने में बच्चों की मदद कर सकते हैं। फिर बच्चे गिनती कर सकते हैं और संख्या शब्दों का इस्तेमाल करके वास्तविक वस्तुओं की मात्राओं की तुलना कर सकते हैं। चूँकि ग्राफ़ वास्तविक चीज़ों के बनाए गए हैं जिन्हें फ़र्श पर रखा जा सकता है या बुलेटिन बोर्ड पर चिपकाया जा सकता है तो फ़र्श या बोर्ड का आधार X-अक्ष की तरह कार्य करेगा। लेबलिंग और पैमाने की एकरूपता स्थितियों से स्वाभाविक रूप से उत्पन्न होती है। स्पष्ट है कि इस स्तर पर बच्चों के सामने अक्ष, आधार और पैमाने जैसे पारिभाषिक शब्दों का इस्तेमाल नहीं करना चाहिए।

गतिविधि - 1

सामग्री : यूनीफिक्स क्यूब्स या लकड़ी के अलग-अलग रंग के बड़े ब्लॉक्स।

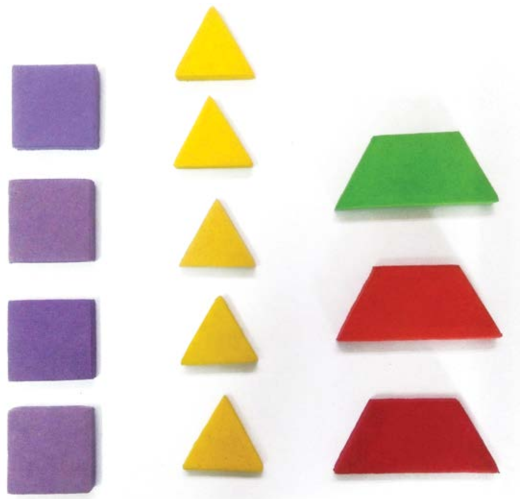


रेलगाड़ी बनाना बच्चों को हमेशा अच्छा लगता है। यूनीफिक्स (ऐसे क्यूब्स जो आपस में एक़दम फिट हो जाते हैं) रंगीन क्यूब्स की रेलगाड़ी बनाने के लिए बच्चे बहुत उत्साहित होंगे। क्यूब की रेलगाड़ी वास्तविक चीज़ों का एक ग्राफ़ बन जाती है। एक बार जब ग्राफ़ बन जाए तो बच्चे ग्राफ़ के बारे में बातचीत कर सकते हैं। लाल गाड़ी में क्यूब्स की संख्या भूरी गाड़ी में क्यूब्स की संख्या से ज़्यादा है। यदि हरी गाड़ी में लगाने के लिए हमारे पास एक क्यूब और हो तो क्यूब्स की संख्या लाल गाड़ी में क्यूब्स की संख्या के बराबर हो जाएगी। तब शिक्षक ग्राफ़ व अलग-अलग सम्भावनाओं के बारे में अन्य सवाल उठा सकते हैं। जैसे, क्या होगा यदि लाल रेलगाड़ी के तीन क्यूब्स स्टेशन पर पीछे छूट जाएँ? कौन-सी रेलगाड़ी सबसे छोटी होगी? यदि हम भूरी रेलगाड़ी में चार क्यूब्स और जोड़ दें तो क्या होगा?

यदि क्यूब्स उपलब्ध न हों तो बच्चे लकड़ी के ब्लॉक्स के टॉवर बना सकते हैं और इनकी तुलना कर सकते हैं। लेकिन ब्लॉक्स एक समान माप के होने चाहिए।

गतिविधि - 2

सामग्री : अलग-अलग रंगों की आकृतियाँ।



बच्चों के हर समूह को लगभग 20 आकृतियाँ (अलग-अलग आकृतियाँ अलग-अलग रंगों में) दें। बच्चों से कहें कि आकृतियों का अलग-अलग समूहों में (जैसे कि आकृति के अनुसार) वर्गीकरण करें और उनसे ग्राफ़ बनाएँ।

उनसे सवाल पूछें : यह आकृतियाँ एक समूह में क्यों हैं? किस समूह में सबसे ज़्यादा आकृतियाँ हैं? किसमें सबसे कम हैं? अभी और कितनी आकृतियाँ हैं? क्या इन आकृतियों को किसी और आधार पर वर्गीकृत किया जा सकता है?

बच्चे आकृतियों के इसी समूह का रंग के आधार पर भी वर्गीकरण कर सकते हैं। वे इन्हें किनारों की संख्या या कोनों की संख्या के आधार पर भी वर्गीकृत कर सकते हैं। वे इन आकृतियों को समान लम्बाई के किनारों, अलग-अलग लम्बाई के किनारों और जिसमें कोई सीधा किनारा न हो के आधार पर भी वर्गीकृत कर सकते हैं।

त्रिविमीय आकृतियों को भी अलग-अलग तरीकों से (फलकों की संख्या, फलकों की आकृति, किनारों की संख्या के आधार पर) वर्गीकृत किया जा सकता है।

गतिविधि - 3

सामग्री : शतरंज की गोटियाँ।



एक समय की बात है एक राजा था और एक रानी थी... यह कहानी शतरंज की गोटियों से ग्राफ़ बनाने की गतिविधि से शुरू की जा सकती है।

बच्चे गोटियों का वर्गीकरण कर सकते हैं व उनकी पंक्ति बना सकते हैं। शिक्षक शतरंज की विभिन्न गोटियों के नामों से बच्चों का परिचय कराने के लिए उन्हें कॉलम में वर्गीकृत कर सकते हैं।

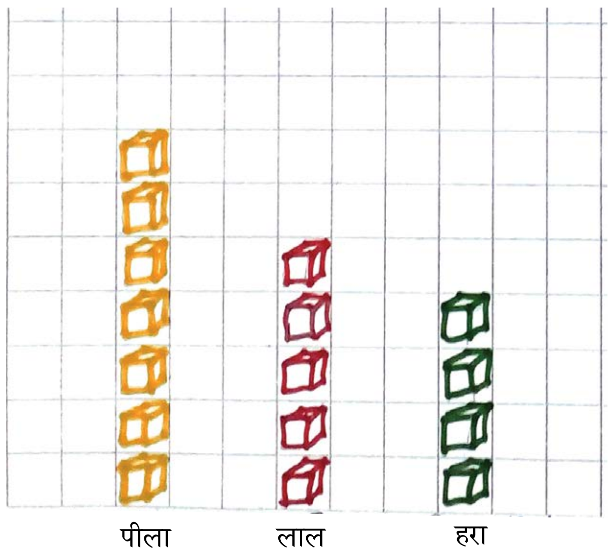
स्तर 2

अपेक्षा : बच्चे पिक्टोग्राफ़ बनाने में सक्षम होंगे।

बच्चे अपने सवाल का जवाब ढूँढ़ने के लिए आँकड़े एकत्र करना, उन्हें प्रस्तुत करना व आँकड़ों की व्याख्या करना सीखना शुरू करेंगे। वे शिक्षक द्वारा बनाए गए पिक्टोग्राफ़ को पढ़ने और उसकी व्याख्या करने में भी सक्षम होंगे। वे आसान से वेन आरेख का इस्तेमाल कर पाने में भी सक्षम होंगे।

ग्राफ़ बनाने के लिए शिक्षक ऐसे सवालों का इस्तेमाल कर सकते हैं जो क्लासरूम में स्वाभाविक रूप से उठते हैं। अक्सर बच्चे खाने की चीज़ों के बारे में अपनी पसन्द-नापसन्द व्यक्त करते हैं। यह पसन्द-नापसन्द, सब्ज़ियों, फलों, बिस्किट्स या चॉकलेट्स के बारे में हो सकती है। उनके अपने पसन्दीदा खेल भी होते हैं। 'मैं यह जानने के लिए उत्सुक हूँ कि हमारी क्लास के बच्चों का पसन्दीदा फल कौन-सा है!' खूब सारी बातें करने के लिए यह एक शुरुआती बिन्दु हो सकता है जिसे शिक्षक कुशलतापूर्वक एक पिक्टोग्राफ़ बनाने के लिए इस्तेमाल कर सकते हैं।

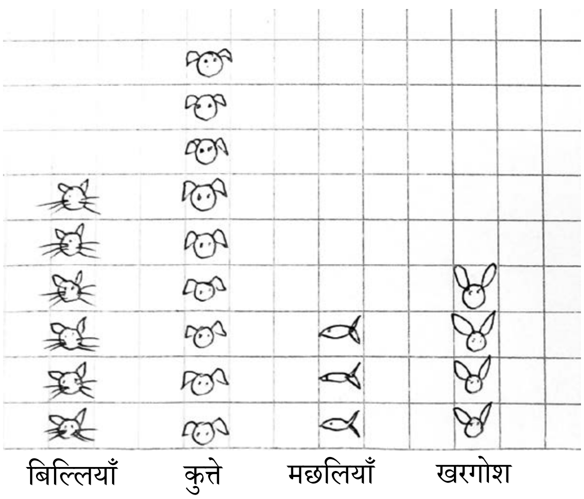
गतिविधि - 4



अब बच्चे वास्तविक चीज़ों का चित्रों के रूप में प्रतिचित्रण (mapping) कर पिक्टोग्राफ़ बना सकते हैं। अब तक वे इस स्थिति में पहुँच गए होते हैं कि दिए गए आँकड़ों के लिए भी पिक्टोग्राफ़ बना सकते हैं। चित्र को सरलता से बनाने के लिए चौखाना काग़ज़ इस्तेमाल किया जा सकता है। यह एक समान स्केलिंग की ज़रूरत को पूरा करते हैं। ऊर्ध्वाधर कॉलम बच्चों द्वारा आसानी से भरे जा सकते हैं। चौकोर जाली बच्चों के लिए एक फ्रेम की तरह काम करती है जिससे बच्चों को भरने में आसानी होती है। लेबलिंग आधार पर की जा सकती है। चूँकि प्रत्येक इकाई वर्ग एक ही प्रविष्टि (entry) के लिए है इसलिए इससे गिनने में आसानी होती है।

इन वर्गों में बनाए गए चित्रों का वास्तविक होना ज़रूरी नहीं है। आमतौर पर यह प्रतीकात्मक चित्र होते हैं। अब बच्चे मात्राओं की तुलना ज़्यादा, कम, उससे कम, उससे ज़्यादा, एक साथ आदि करके इन ग्राफ़ की व्याख्या कर सकते हैं।

गतिविधि - 5



पालतू जानवर या पसन्दीदा जानवर बच्चों के लिए एक आकर्षक विषय होता है। 'सबसे ज़्यादा लोकप्रिय पालतू जानवर कौन-सा है?' जैसे सवाल प्रारम्भिक बिन्दु हो सकते हैं।

एक बार जब ग्राफ़ बन जाए तो बच्चों को अपने अवलोकन बताने के लिए प्रेरित किया जा सकता है :

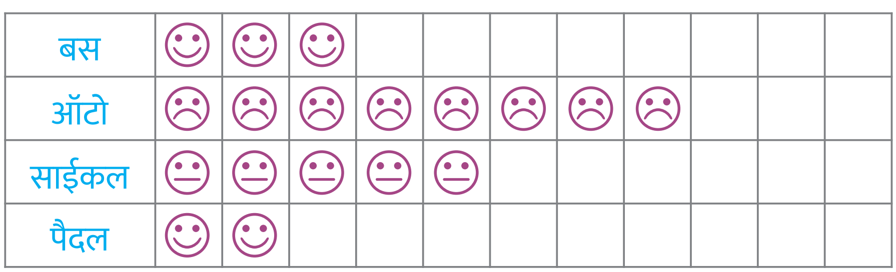
- कौन-सा पालतू जानवर सबसे कम लोकप्रिय है?
- कौन-से जानवर हमारी क्लास में समान रूप से लोकप्रिय हैं?
- यदि .... और बच्चे 'बिल्ली' को चुनते तो वह उतनी ही लोकप्रिय होती जितना कि 'कुत्ता'है।
- .... और .... दोनों मिलकर ...... से ज़्यादा लोकप्रिय हैं।

शिक्षक अन्य पहलुओं पर भी ध्यान आकर्षित कर सकते हैं। यदि हम ग्राफ़ में दी सभी संख्याओं को जोड़ दें तो क्या उनका कुल योग हमारी क्लास के कुल विद्यार्थियों की संख्या से मेल खाता है? क्यों? या क्यों नहीं?

ग्राफ़ को ऊर्ध्वाधर व क्षैतिज दोनों रूपों में दर्शाना ज़रूरी है। बच्चों को दोनों ही रूपों में आँकड़ों को पढ़ने में सक्षम होना चाहिए।

गतिविधि - 6 : क्षैतिज ग्राफ़

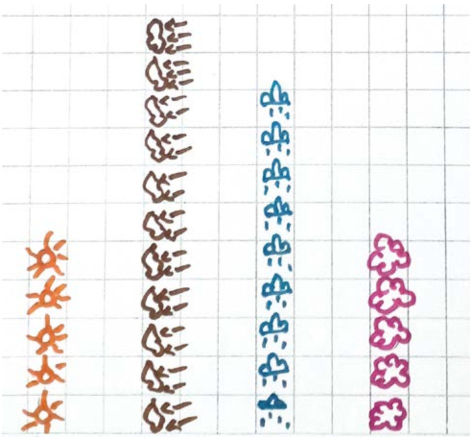
स्कूल तक पहुँचने के साधन बच्चों के जीवन से करीब से जुड़े होते हैं। यह विषय यातायात, सुरक्षा, भीड़भाड़ आदि के बारे में चर्चा के अवसर प्रदान करता है।



शिक्षक बच्चों को चित्र में दर्शाए अनुसार एक चार्ट बनाकर भरने के लिए दे सकते हैं। एक बार जब चार्ट तैयार हो जाए तो शिक्षक पहले बच्चों को अपने अवलोकन बताने के लिए प्रेरित कर सकते हैं। संख्यात्मक आँकड़े पढ़े जा सकते हैं और उनका रिकार्ड भी रखा जा सकता है। तुलनात्मक कथन भी कहे जा सकते हैं।

कुछ सम्भावित प्रश्न जो चर्चा को आगे बढ़ा सकते हैं इस प्रकार के हो सकते हैं : अधिकांश विद्यार्थी बस के बजाए ऑटो से स्कूल क्यों आते हैं? कुछ बच्चे पैदल कैसे आ पाते हैं? हमारी क्लास में ऐसे विद्यार्थी क्यों नहीं हैं जो रेल से स्कूल आते हों? क्या कुछ ऐसे विद्यार्थी भी हैं जो गाड़ी से भी आते हों और कभी-कभी पैदल भी आते हों? वो ऐसा क्यों करते हैं?

गतिविधि - 7



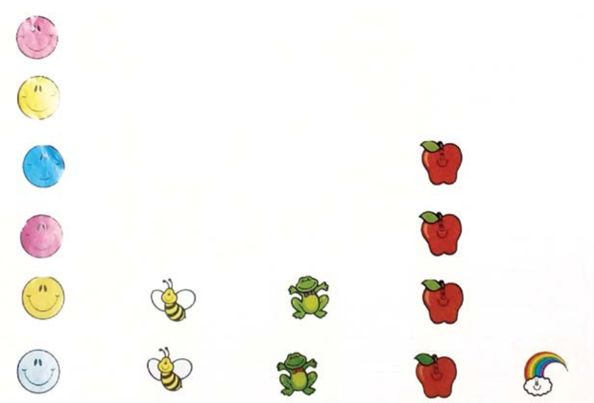
मौसम कैलेण्डर और चार्ट : मौसम को 'गरम', 'हवादार', 'बारिश' व 'बादल' में वर्गीकृत किया जा सकता है। बच्चे मौसम की इन चार श्रेणियों को दर्शाने वाले प्रतीक बना सकते हैं। प्रत्येक दिन वे उस दिन के मौसम के अनुसार कैलेण्डर में एक प्रविष्टि भर दें। फिर महीने के आख़िर में कैलेण्डर की जानकारी के आधार पर एक पिक्टोग्राफ़ बनाया जा सकता है।

इस महीने में इतने बारिश के दिन क्यों हैं? क्या यह अनुमान लगा पाना सम्भव है कि कल किस तरह का मौसम होगा? यदि हम मार्च के लिए एक मौसम चार्ट बनाएँ तो क्या वह भी ऐसा ही होगा? उसमें क्या अलग होगा? क्या कुछ ऐसे दिन भी हैं जिनमें बारिश और तेज़ हवाएँ दोनों हों? इन दिनों को हम कैसे दिखाएँगे?

गतिविधि - 8

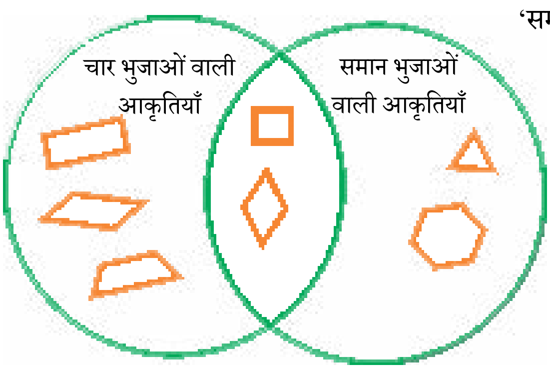
स्टिकर्स बच्चों को बहुत पसन्द होते हैं। बतौर होमवर्क आप बच्चों को स्टिकर्स का इस्तेमाल कर एक ग्राफ़ बनाने को कह सकते हैं। वे अपने ग्राफ़ को क्लास में ला सकते हैं और उस पर बातचीत कर सकते हैं।

"हमारी क्लास का सबसे पसन्दीदा कार्टून प्रोग्राम कौन-सा है?" यह सवाल भी बच्चों के लिए बहुत दिलचस्प होगा।



गतिविधि - 9 : दो गोलों वाले वेन आरेख

अपेक्षा : बच्चे वास्तविक चीज़ों के ग्राफ़ बनाएँ ।



शिक्षक फ़र्श पर दो अलग-अलग गोले बना सकते हैं और उन्हें 'चार भुजाओं वाली आकृतियाँ' व 'समान भुजाओं वाली आकृतियाँ नाम दे सकते हैं। बच्चों से कहें कि एक बार में तरह-तरह की कई आकृतियाँ उठाएँ और देखें कि कौन-सी आकृति किस गोले में आएगी। हालाँकि जब वे एक वर्ग या समचतुर्भुज उठाएँ तो उन्हें यह अस्पष्ट हो सकता है कि उसे कहाँ रखें। शिक्षक और विद्यार्थियों के बीच हुई बातचीत के जरिए विद्यार्थी यह देखेंगे कि वर्ग दोनों समूहों से सम्बन्ध रखता है। अब शिक्षक फिर से दो गोले बना सकते हैं जो एक-दूसरे को काटते हों और बच्चों से आकृतियों को सही जगह पर रखने को कह सकते हैं। एक ही आकृति का दो अलग-अलग गुणों के रूप में वर्णन करना सीखने के लिए बच्चों को मदद की ज़रूरत होगी। इस स्तर पर उन्हें सभी आकृतियों का नाम बताना ज़रूरी नहीं है।

उनसे पूछें : यह आकृति दोनों समूहों का हिस्सा क्यों है? यह आकृतियाँ किसी और समूह का हिस्सा क्यों नही हैं? किस स्थिति में कोई भी आकृति केवल एक ही गोले का हिस्सा होगी?

स्तर 3

6 से 8 वर्ष की उम्र के बच्चों के लिए

अपेक्षा : इस स्तर पर बच्चे आँकड़ों की तालिका (data tables) बनाने और टैली चार्ट्स बनाने में सक्षम होते हैं।

बच्चे वर्गाकार काग़ज़ का इस्तेमाल कर बार ग्राफ़ बनाने में सक्षम होंगे। वे शिक्षक द्वारा बनाए गए बार ग्राफ़ को पढ़ने और उसकी व्याख्या करने में भी सक्षम होंगे। वे ऐसे पिक्टोग्राफ़ का इस्तेमाल करने में भी सक्षम होंगे जहाँ प्रत्येक चित्र एक से अधिक का प्रतिनिधित्व करता हो (उदाहरण के लिए 1 चेहरा 5 व्यक्तियों का प्रतिनिधि हो सकता है)। हालाँकि ऐसे पिक्टोग्राफ़ की अपनी कुछ सीमाएँ होती हैं। उदाहरण के लिए यदि एक चेहरा 5 लोगों का प्रतिनिधित्व करता है तो 5 के सभी गुणजों का प्रतिनिधित्व करना सम्भव है। लेकिन इस स्थिति में बीच की संख्याओं जैसे कि 21 से 24 का प्रतिनिधित्व करने में कठिनाई होगी। किसी गुणज के आधे को प्रतीक के आधे भाग का चित्र बनाकर दर्शाना फिर भी सम्भव है लेकिन भिन्न संख्या जैसे कि एक तिहाई या एक चौथाई को दर्शाना बहुत ही मुश्किल होगा। ऐसे पिक्टोग्राफ़ की सीमाओं को बच्चों को समझाने में शिक्षक को मदद करनी चाहिए। साथ ही, शिक्षक बच्चों को दिखा सकते हैं कि बड़ी संख्याओं को पिक्टोग्राफ़ बनाने के बजाए टैली चार्ट या आँकड़ों की तालिका द्वारा दर्शाना आसान होता है। वे उपसमूहों वाले सरल वेन आरेख (दो गोलों वाले) का इस्तेमाल करने में भी सक्षम होंगे।

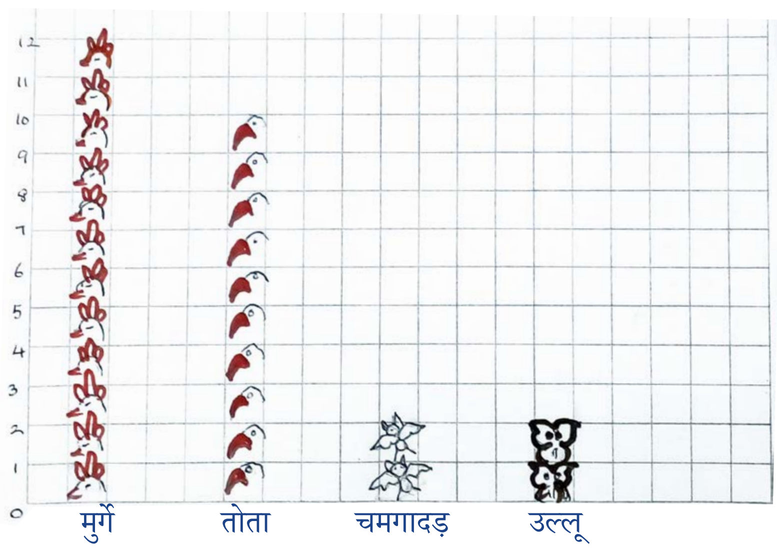
पिक्टोग्राफ़ से बार ग्राफ़ में परिवर्तन : यह अगली चुनौती है जिसका सामना बच्चों को करना होता है। वर्गाकार जाली को एक फ्रेमवर्क की तरह इस्तेमाल करना प्रक्रिया को सरल बनाता है। जाली में चित्र बनाने के बजाए अब वे वर्गों में रंग भरेंगे और बार की आउटलाइन बनाएँगे।

गतिविधि - 10

सामग्री : शतरंज की किट।

टैली चार्ट का इस्तेमाल कर सवालों के जवाब दो।

पक्षी	टैली	योग
मुर्गे	~~||||~~ ~~||||~~ ||	12
तोता	~~||||~~ ~~||||~~	10
चमगादड़	||||	4
उल्लू	||	2
मोर		0



इस ग्राफ़ में जो आँकड़े प्रस्तुत किए गए हैं, वे आँकड़ों की तालिका या टैली चार्ट्स से लिए गए हैं। बच्चों को जानकारी का रिकार्ड रखने के एक साधन के रूप में आँकड़ों की तालिकाओं और टैली चार्ट्स का इस्तेमाल करके दिखाने की आवश्यकता होगी। बतौर दूसरे क़दम यह दिखाना ज़रूरी होगा कि टैली चार्ट्स या आँकड़ों की तालिका से लिए गए आँकड़ों का ग्राफ़ में रूपातंरण किस तरह करें। साथ ही इस स्तर पर वे ऊर्ध्वाकार रेखा (Y-अक्ष) पर संख्याएँ भी लिखेंगे। 0 व 1 के स्थान पर विशेष रूप से ध्यान देने की ज़रूरत है। उन्हें यह समझना चाहिए कि आधार रेखा या पहले वर्ग के निचले सिरे पर 0 और पहले वर्ग के ऊपरी सिरे पर 1 रखने की क्या ज़रूरत है।

गतिविधि - 11

वज़न के आँकड़े	
वज़न के आँकड़े	वज़न (किलोग्राम में)
1. समृद्धि	26
2. श्रेया	24
3. अमूधा	27
4. अनिकेत	30
5.	
6.	
7.	

वज़न चार्ट		
किलोग्राम	टैली	कुल
20-22	||||	4
22-24	~~||||~~ |||	8
24-26		
26-28		
28-30		
30-32		
32-34		

इस स्तर पर बच्चे 'वज़न' व 'ऊँचाई' की अवधारणा से परिचित होते हैं। आप कक्षा में इनकी माप ले सकते हैं। उन्हें अपनी क्षमताओं को मापना भी अच्छा लगेगा मसलन वे एक गेंद को कितनी बार उछाल सकते हैं, 100 मीटर दौड़ने में उन्हें कितना समय लगता है आदि। आँकड़े एकत्र करने के लिए बहुत सारी गतिविधियाँ करवाई जा सकती हैं। आँकड़ों का माप लेने व उसका रिकार्ड रखने में बच्चों को सक्रिय रूप से शामिल किया जा सकता है। शिक्षक की मदद से बच्चे टैली चार्ट्स भी तैयार कर सकते हैं। इस तरह के आँकड़ों से एक व्यक्तिगत जुड़ाव होता है और इसमें बच्चों को बहुत दिलचस्पी होती है।

गतिविधि - 12

समय लगाया

नाम :

गतिविधि	**कब से कब तक**	**घण्टे**	**मिनट**
सोना	------- से -------	-------	-------
खाना	------- से -------	-------	-------
खेलना	------- से -------	-------	-------
टीवी देखना	------- से -------	-------	-------
पढ़ना	------- से -------	-------	-------

इस स्तर पर पहुँचने तक बच्चे समय को घण्टों और मिनटों में पढ़ना सीख लेते हैं। वे एक अध्ययन कर सकते हैं कि उन्होंने अपने पूरे दिन का समय किन प्रमुख गतिविधियों में लगाया।

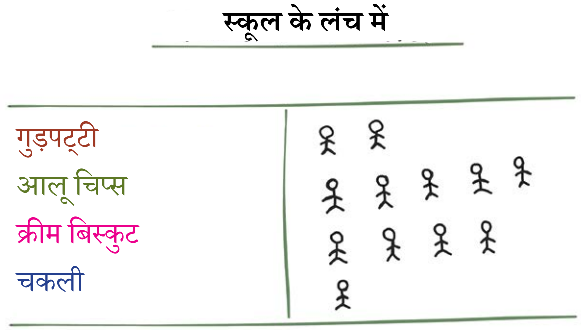
मैं कितनी देर सोती हूँ? कितनी देर खेलती हूँ? कितने घण्टे टीवी देखती हूँ? कितने घण्टे अपने मम्मी-पापा की मदद से किताबें पढ़ती हूँ?

आँकड़े एकत्रित करने के कार्य से पहले इस तरह के सवालों पर चर्चा होनी चाहिए। इस ग्राफ़ को बनाने के लिए मुझे क्या-क्या चाहिए? मुझे किस प्रकार का ग्राफ़ (बार ग्राफ़ या पिक्टोग्राफ़) बनाना चाहिए? अपने-अपने व्यक्तिगत समय का ग्राफ़ बनाने के बाद बच्चे जोड़ों में बैठकर अपने ग्राफ़ की तुलना कर सकते हैं।

उनसे सवाल पूछें : क्या तुम्हारे सोने के घण्टों के समय में कोई अन्तर है? क्या तुम में से कुछ को क्लास में नींद आती है? क्या तुम दूसरों से कुछ कम देर सोते हो? बच्चों के लिए कितने घण्टों की नींद ज़रूरी है इस पर चर्चा करें। किस समय तक उन्हें बिस्तर पर चले जाना चाहिए इस बारे में भी चर्चा करें। दिन के अन्त में पढ़ने के समय की आवश्यकता पर भी चर्चा की जानी चाहिए। रविवार के किसी दिन के लिए एक समय योजना बनाकर बाद में इसका फॉलोअप किया जा सकता है।

गतिविधि - 13

शिक्षक बच्चों को एक ऐसा ग्राफ़ दे सकते हैं जो स्वस्थ आहार और अस्वास्थकर आहार (junk foods) के बारे में जागरूकता बढ़ाता हो। शुरुआत में ग्राफ़ से मिलने वाली जानकारी के बारे में सवाल किए जा सकते हैं। इसके बाद स्कूल के लंच टाइम में खाए जाने वाले भोज्य पदार्थों के बारे में चर्चा की जा सकती है। स्कूल के लंच टाइम में तुम क्या खाते हो? सैंडविच, चकली, बिस्कुट, चिप्स, दूध, कोल्डड्रिंक, फल आदि। जो भी चीज़ें हम खाते हैं उसमें से कौन-सी चीज़ें स्वस्थ आहार के अन्तर्गत आती हैं? यदि हम क्लास में लंच टाइम के दौरान खाई जाने वाली चीज़ों का एक ग्राफ़ बनाएँ तो वह ग्राफ़ कैसा होगा? उसमें स्वस्थ आहार की चीज़ें अस्वास्थ्यकर आहार की चीज़ों से कम होंगी या ज़्यादा?



सामने दिया एक चित्र 10 बच्चों को दर्शाता है।

अब तक बच्चे ऐसे ग्राफ़ बनाने व पढ़ने में सक्षम हो जाएँगे जिनमें एक इकाई कई चीज़ों का प्रतिनिधित्व करती हो। 2, 5 या 10 का प्रतिनिधित्व करने के लिए एक इकाई वर्ग के इस्तेमाल पर बच्चों से चर्चा करें। यदि हमें संख्या 3 या 5 को दर्शाना हो तो इकाई वर्ग किस प्रकार छायांकित किए जाने चाहिए? यदि हम ऐसा करें तो क्या इससे ग्राफ़ को पढ़ने में कुछ आसानी होगी?

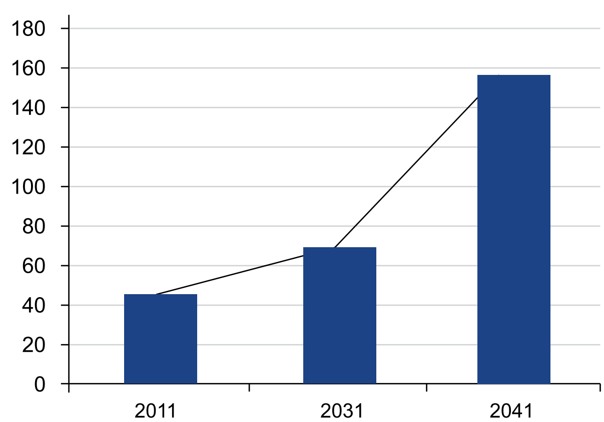
यदि हर इकाई 5 का प्रतिनिधित्व करती हो तो क्या 6, 7, 8 या 9 को दर्शाने का कोई तरीक़ा है? क्या हम ऐसे एक ग्राफ़ में इस तरह की संख्याओं को दर्शाने का कोई तरीक़ा ईजाद कर सकते हैं? (बच्चे इकाई वर्ग को 5 बराबर भागों में विभाजित करने और अपेक्षित संख्या को छायांकित करने का सुझाव दे सकते हैं।) क्या इससे ग्राफ़ को पढ़ने में कुछ आसानी होती है?

बच्चों को पुस्तकालय के प्राथमिक वर्ग में ले जाया जा सकता है। वे किताबों को चित्रकथाओं, परिकथाओं, जानवरों की कहानियाँ, कॉमिक्स आदि में वर्गीकृत कर सकते हैं। वे गिन सकते हैं कि हर वर्ग में कुल कितनी किताबें हैं और इसका एक रिकार्ड रख सकते हैं।

अब उनसे पूछें : इस जानकारी को हम एक ग्राफ़ के रूप में कैसे प्रस्तुत करेंगे? क्या इस वर्गाकार काग़ज़ में 20 व 25 जैसी संख्याओं को दर्शाना सम्भव होगा? धीरे-धीरे उन्हें एक इकाई द्वारा 5 या 10 इकाइयों का प्रतिनिधित्व करने के विचार की ओर ले जाएँ। अब वे पुस्तकालय की पुस्तकों का प्रतिनिधित्व करता एक ग्राफ़ बना सकते हैं।

गतिविधि - 13 अ

प्रतिवर्ष उत्पन्न कचरा (हज़ार टन में)

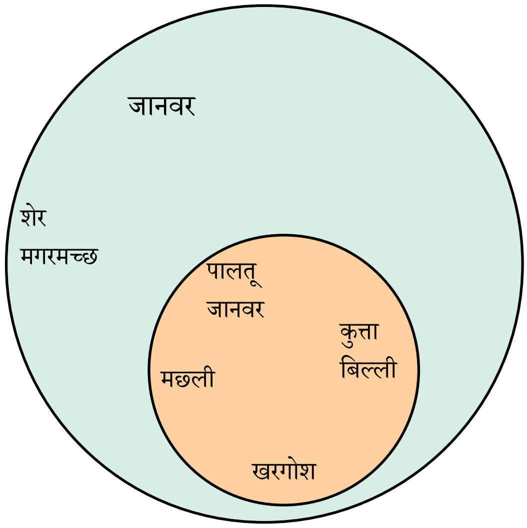


शिक्षक बच्चों को अख़बारों या पत्रिकाओं में छपने वाले आसान से बार ग्राफ़ या तालिकाएँ दिखा सकते हैं। बच्चे इन ग्राफ़्स में प्रस्तुत किए गए आँकड़ों के बारे में चर्चा कर सकते हैं और इनके बारे में अपने अवलोकन साझा कर सकते हैं।

इस स्तर पर ग्राफ़्स के इस्तेमाल, उनकी पठनीयता आदि का मूल्यांकन करने में बच्चों की मदद करें।

उनसे सवाल पूछें : कौन-सा ग्राफ़ पढ़ने में आसान है? कौन-से ग्राफ़ से गिनती करने में आसानी है?

गतिविधि - 14 उपसमूह वाले वेन आरेख



बच्चे ऐसे वेन आरेख इस्तेमाल कर सकते हैं जो ऐसे समूहों का सम्बन्ध दर्शाते हों जिनके अन्तर्गत अन्य समूह शामिल हों। उन्हें ऐसे कुछ अन्य उदाहरण बताने को कहें जहाँ एक समूह के अन्तर्गत अन्य समूह शामिल हों। उन्हें 2 और 4 के गुणजों को इस रूप में दर्शाने को भी कहा जा सकता है।

चर्चा के लिए सवाल : इन दो समूहों के बीच किस तरह का सम्बन्ध है? छोटे समूह में ऐसा क्या है जो बड़े समूह में है? बड़े समूह में ऐसा क्या है जो छोटे समूह में नही है?

स्तर 4

8 से 10 वर्ष की उम्र के बच्चों के लिए

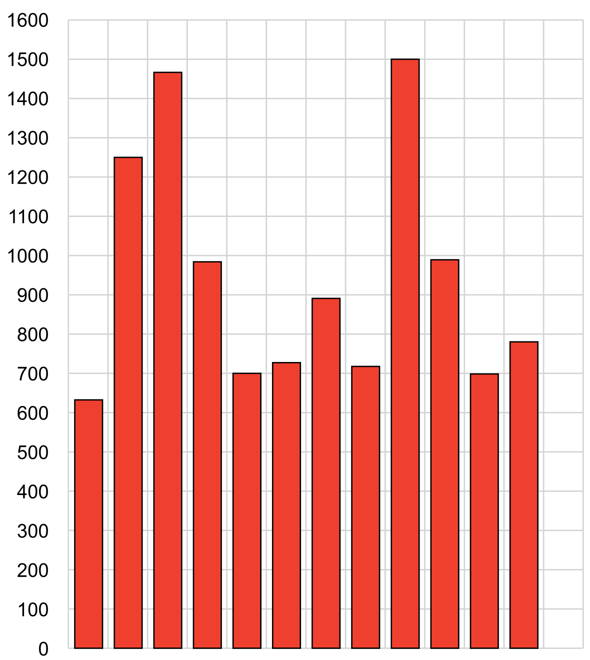
अपेक्षा : बच्चे शिक्षक की मदद से एक सर्वेक्षण तैयार कर सकते हैं। वे आँकड़े एकत्र कर सकते हैं, उन्हें संसाधित कर सकते हैं, उसे एक बार ग्राफ़ की तरह प्रस्तुत कर सकते हैं और उसकी व्याख्या कर सकते हैं।

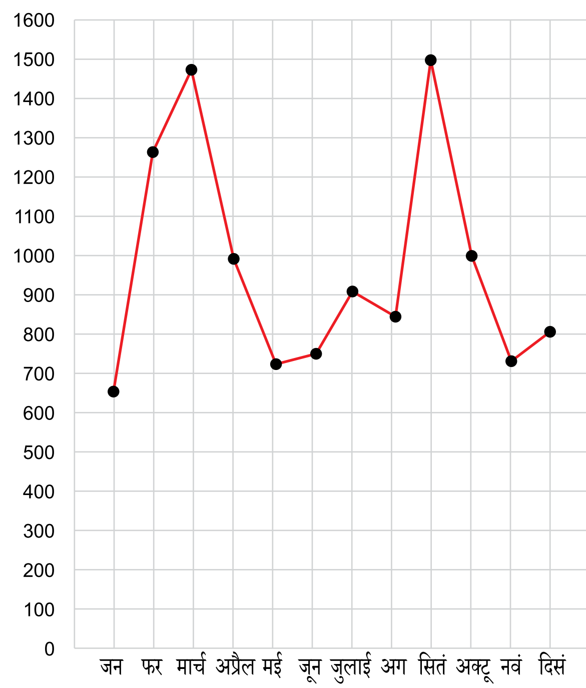
वे एल-आकृति के एक उपकरण या एक वर्ग सेट की मदद से सादे काग़ज़ पर बार ग्राफ़ बना सकते हैं और एक समान पैमाना बनाने के लिए आवश्यक चिन्ह अंकित कर सकते हैं। वे बड़े आँकड़ों को भी प्रस्तुत कर सकते हैं। वे सतत आँकड़ों (non-discrete) के लिए एक लाइन ग्राफ़ भी बना सकते हैं। वे एक आसान-सा सर्वेक्षण कर सकते हैं जिसमें मूल्यांकन (ratings) शामिल हो। वे तीन समूहों वाले वेन आरेख भी बना सकते हैं व उन्हें पढ़ सकते हैं।

इस स्तर पर ग्राफ़ को अलग-अलग विषयों के साथ एकीकृत करना अच्छा होगा। पर्यावरण अध्ययन जिसमें विज्ञान और सामाजिक अध्ययन शामिल होता है और गणित के अन्य विषय आँकड़ों के स्रोत बन सकते हैं।

गतिविधि - 15

बिजली की खपत (KWH) 2015





बड़े आँकड़े : शिक्षक बच्चों को आँकड़ों की ऐसी तालिकाएँ दे सकते हैं जिनमें बड़ी संख्याएँ शामिल हों। यह स्कूल की कक्षाओं में बच्चों की संख्या भी हो सकती है। ध्यान रहे कि आँकड़ों में 10,000 तक की संख्याएँ ही शामिल हों।

इन आँकड़ों को ग्राफ़ के रूप में प्रस्तुत करने की चुनौतियों पर चर्चा करें। धीरे-धीरे उन्हें पैमाने के इस्तेमाल और एक उपयुक्त पैमाने के चयन की ओर ले जाएँ।

अब बच्चों को लाइन ग्राफ़ बनाने से अवगत करवाया जा सकता है जो कि कुछ प्रकार के सतत आँकड़ों के लिए बेहतर परिणाम देते हैं।

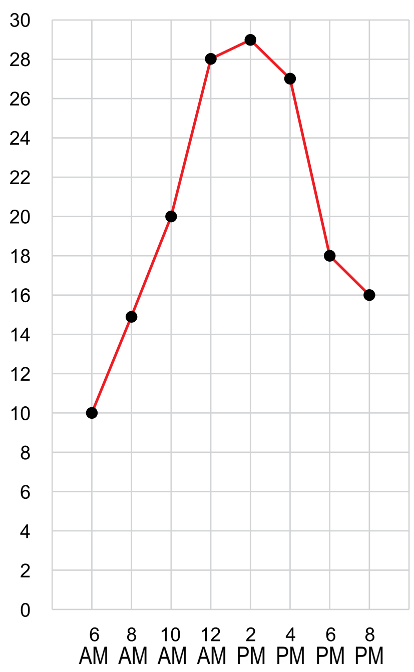
गतिविधि - 16

तापमान								
समय	6	8 AM	10 AM	12 PM	2 PM	4 PM	6 PM	8 PM
तापमान (डिग्री में)	100ºC	150ºC	200ºC	280ºC	290ºC	270ºC	180ºC	160ºC

विभिन्न प्रतिरूपों (representations) की तुलना करना : कक्षा को 4 समूहों में बाँटे। सभी समूहों को एक समान संरचित आँकड़े दें। उदाहरण के लिए दिन के अलग-अलग समयों का तापमान। उनसे कहें कि आपस में चर्चा करें और उन आँकड़ों को निरूपित करने का कोई तरीका बताएँ। अलग-अलग समूह ऊर्ध्वाधर अक्ष के लिए अलग-अलग पैमाने इस्तेमाल करने के साथ ही ग्राफ़ के अलग-अलग रूप (टैली चार्ट्स, बार ग्राफ़, लाइन ग्राफ़) भी इस्तेमाल कर सकते हैं।

गतिविधि - 16 अ

12.6.2016 को तापमान



जानकारी के बारे में ऐसे सवाल उठाएँ जिनके लिए ग्राफ़ का गहन अध्ययन करना आवश्यक हो :

- .... AM से .... PM के तापमान में क्या अन्तर है?
- 2PM से 4PM के बीच में तापमान बढ़ा है या घटा है या एक समान रहा है?
- किस समय अन्तराल के दौरान तापमान में सबसे ज़्यादा परिवर्तन हुआ है?
- किस समय अन्तराल के दौरान तापमान में सबसे कम परिवर्तन हुआ है?
- तापमान में अधिक से अधिक कितनी बढ़ोत्तरी हो सकती है? ऐसा किस मौसम में होता है?
- न्यूनतम तापमान कितना है ?
- तुम्हें क्या लगता है बारिश के दिन में क्या होगा?

व्यवस्थापन सम्बन्धी पहलुओं पर सवाल पूछिए :

- हमें कैसे पता कि यह डायग्राम एक जैसे आँकड़ों को प्रदर्शित करते हैं?
- इन आँकड़ों को प्रस्तुत करने का बेहतर तरीक़ा कौन-सा है?
- यह ग्राफ़ टैली चार्ट से किन मायनों में भिन्न है?
- एक बार ग्राफ़ किन मायनों में पिक्टोग्राफ़ जैसा होता है और किन मायनों में उससे अलग होता है?

पेड़ : विज्ञान के अन्तर्गत बच्चे विभिन्न प्रकार के पेड़ों के बारे में पढ़ते हैं। वे अपने आसपास पाए जाने वाले विभिन्न पेड़ों की परिधि (girth) माप सकते हैं। वे पेड़ों की परिधि के आधार पर ग्राफ़ बना सकते हैं : 50 से 75 सेन्टीमीटर के बीच की परिधि वाले पेड़, 75 से 100 सेन्टीमीटर के बीच की परिधि वाले पेड़ आदि। शिक्षक को यह ज़रूर ध्यान देना चाहिए कि बच्चों ने पेड़ के तने के कितने ऊपर से परिधि को मापा है। क्या इसे प्रत्येक पेड़ के लिए हमेशा समान ऊँचाई पर होना चाहिए? (आमतौर पर परिधि एक मीटर ऊँचाई के ऊपर से मापी जाती है।)

एक पेड़ की पत्तियों के प्रकार के ऊपर भी ग्राफ़ बनाया जा सकता है : सरल पत्ती या संयुक्त पत्ती , चिकने किनारों वाली पत्ती या नुकीले किनारों वाली पत्ती आदि।

गतिविधि - 17

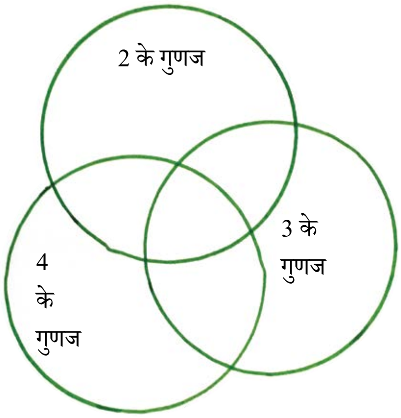
टेलीविज़न सर्वे		
.... का तुम कैसे मूल्यांकन करोगे ?		
मूल्यांकन स्केल *5 उत्कृष्ट 4 अति उत्तम* *3 उत्तम 2 ठीक* *1 खराब*		
संख्या	व्यक्ति	मूल्यांकन

सर्वेक्षण में मूल्यांकन : कई सर्वेक्षणों में 1 से 5 के पैमाने पर मूल्यांकन का इस्तेमाल किया जाता है। किसी वस्तु या विचार की सफलता अथवा असफलता को आँकने का यह एक तरीक़ा होता है। बच्चों को बताएँ कि कैसे मूल्यांकन पैमाने पर दी गई प्रत्येक संख्या एक अलग प्रतिक्रिया (खराब, ठीक, उत्तम, अति उत्तम, उत्कृष्ट) का प्रतिनिधित्व करती है।

होमवर्क : परिवार का सर्वेक्षण – अपने परिवार के सदस्यों से जानकारी एकत्र करने के लिए एक प्रश्नावली बनाने में बच्चों की मदद करें। किसी एक विशेष टेलीविजन कार्यक्रम (जैसे कि संगीत के किसी चैनल या फिल्म के किसी चैनल) की गुणवत्ता का वे किस प्रकार मूल्यांकन करते हैं? वे 1 से 5 की श्रेणी का मूल्यांकन पैमाना तैयार कर सकते हैं।

गतिविधि - 18 : तीन प्रतिच्छेदी समूहों वाले वेन आरेख

बच्चों से दिए गए गोलों में उपयुक्त स्थानों पर 2, 3 व 4 (36 तक) के गुणज लिखने को कहें।



कौन-सी संख्याएँ तीनों गोलों का हिस्सा हैं? कुछ हिस्सों में कोई भी संख्या क्यों नहीं हैं? उन्हें अपने जवाब का कारण बताने में सक्षम होना चाहिए।

इसी तरह वो 36, 48 व 64 के गुणनखण्ड भी लिख सकते हैं।

ग्राफ़ के लिए कुछ और रोचक विषय :

- ग्राफ़ बनाकर किसी एक उपयुक्त पौधे (उदाहरण: सूरजमुखी) की एक महीने की वृद्धि का निरीक्षण करना। पहले सप्ताह के आखिर में पौधे की ऊँचाई कितनी है? क्या दूसरे सप्ताह के आखिर तक पौधे की ऊँचाई दुगुनी हो गई? तुम्हें क्या लगता है तीसरे सप्ताह में क्या होगा?
- स्कूल में पाए जाने वाला कूड़ा : यह भारत में हर जगह पाई जाने वाली एक वास्तविक समस्या है। शिक्षक किसी एक रास्ते के किनारे का कूड़ा बीनने के लिए बच्चों के साथ जा सकते हैं। पाए जाने वाले कूड़े के प्रकार (टॉफियों की पन्नियाँ, बिस्कुट की पन्नियाँ, चिप्स के पैकेट की पन्नियाँ, जूस की बोतलें) और उसकी मात्रा का एक टैली चार्ट के रूप में रिकार्ड रखें। कूड़े का जैविक और अजैविक कूड़े के रूप में भी विश्लेषण किया जा सकता है।
- खेल दिवस के आँकड़े : खेल के अंकों की गणना करने (scoring) की विधियाँ और खेल के आँकड़ों की गणना करने के तरीक़े, कार्यक्रमों का समय।

  पत्रिकाओं से कुछ ग्राफ़ लें और बच्चों से सवाल पूछें : इस ग्राफ़ का वर्णन तुम किस तरह करोगे? क्या यह प्रत्येक दिन एक समान रहता है? क्या यह बढ़ रहा है? क्या यह घट रहा है? क्या यह ऊपर-नीचे हो रहा है?
- ग्राफ़ जासूस : एक ग्राफ़ बनाएँ जिसमें Y-अक्ष पर संख्याएँ लिखी हों लेकिन X-अक्ष पर कुछ भी न लिखा हो।

  यह ग्राफ़ किस बारे में हो सकता है? इसमें कौन-सी संख्याएँ दिख रही हैं? सबसे बड़ी संख्या कौन-सी है? सबसे छोटी संख्या कौन-सी है? संख्याएँ किस तरह परिवर्तित हो रही हैं?

  क्या यह ग्राफ़ .... या .... के बारे में हो सकता है?



पद्मप्रिया शिराली

पद्मप्रिया शिराली ऋषिवैली स्कूल, आन्ध्रप्रदेश के कम्युनिटी मैथमैटिक्स सेन्टर में 1983 से काम कर रही हैं। वे गणित, कम्प्यूटर, भूगोल,अर्थशास्त्र, पर्यावरण विज्ञान तथा तेलुगु भाषा का अध्यापन करती रहीं हैं। आजकल वे आउटरीच कार्यक्रम के तहत एससीईआरटी, आन्ध्रप्रदेश के साथ उनके पाठ्यक्रम सुधार तथा प्राथमिक स्तर की गणित पाठ्यपुस्तकों के निमार्ण में संलग्न हैं। 1990 के दशक में उन्होंने जाने-माने गणितज्ञ श्री पी.के. श्रीनिवासन के साथ काम किया है। वे ऋषिवैली स्कूल की मल्टीग्रेड लर्निंग प्रोग्राम टीम का हिस्सा भी रही हैं, जिसे 'स्कूल इन ए बाक्स' के नाम से जाना जाता है। उनसे padmapriya.shirali@gmail.com पर सम्पर्क किया जा सकता है। यह अज़ीम प्रेमजी विश्वविद्यालय तथा कम्युनिटी मैथमैटिक्स सेन्टर,ऋषिवैली की संयुक्त पत्रिका Azim Premji Univirsity At Right Angles (a resource for school mathematics) Volume 5, N0.3 Nov 2016 में प्रकाशित Teaching Deta Handling का अनुवाद है।

अनुवाद : कविता तिवारी **सम्पादन :** राजेश उत्साही